

ARTICULOS

Aplicación de leyes fundamentales de la densidad a bosques de *Nothofagus*:

II. Línea de inicio de competencia y diagramas de manejo de la densidad

Applicability of density rules on *Nothofagus* forests:

II. The minimum stocking line and stand-density management diagram

LUIS CHAUCHARD, RENATO SBRANCIA, MARCELO GONZÁLEZ PEÑALBA,
LEONARDO MARESCA, ALBERTO RABINO, MAURICIO MAZZUCHELLI

Asentamiento Universitario San Martín de los Andes, Universidad Nacional del Comahue.
Delegación Regional Patagonia, Administración de Parques Nacionales.

Estación Experimental Bariloche, Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria.

Casilla Correo 3, (8370) San Martín de los Andes, Argentina. E-mail: chauchard@smandes.neuquen.com.ar

SUMMARY

We adjusted the expression between the crown-projected area and the diameter of the trees without competition as a continuation of the study of functional density relationships of mixed *Nothofagus* stands. This expression allowed us to define the starting competition line for these stands. Both the lower line and the maximum density line (defined in a previous article) were used to develop the density management diagram for pure and mixed *Nothofagus* stands. This diagram may be used for silvicultural planning purposes. The index, called the "Crown Competition Factor", was adjusted as a practical application and may be used to characterize the competitive status of a stand and to develop growth models.

Key words: Competition, *Nothofagus*, Forest Management.

RESUMEN

Continuando con el estudio de relaciones funcionales de la densidad de rodales mixtos de *Nothofagus*, se ajustó una expresión entre el área de proyección de la copa y el diámetro de árboles libres de competencia, que permitió establecer la línea de inicio de competencia para dichos rodales. Tal línea inferior junto a la línea de máxima densidad establecida en un artículo anterior, permitieron desarrollar el diagrama de manejo de la densidad para rodales puros y mixtos de *Nothofagus*, el que podrá ser utilizado en la planificación silvicultural. Como una aplicación práctica se ajustó el índice denominado Factor de Competencia de la Copa, que será empleado para caracterizar el estado competitivo de un rodal y para el desarrollo de modelos de crecimientos.

Palabras claves: competencia, *Nothofagus*, manejo forestal.

INTRODUCCION

Una de las actividades fundamentales para alcanzar un adecuado manejo forestal es la predicción de las condiciones futuras del rodal. En los últimos decenios han evolucionado modelos que

involucran conceptos ecológicos, como la competencia intraespecífica, que se basan en alguna de las numerosas *relaciones tamaño-densidad*. Estas se refieren a las existentes entre dos variables del rodal que expresan: una, la idea de tamaño, como por ejemplo, el volumen del árbol promedio del

rodal (Vp) y, la otra: la densidad, como puede ser el número de árboles por hectárea (N).

Mediante el empleo de estas relaciones es posible construir los *Diagramas de Manejo de la Densidad (DMD)*, que son en general modelos simples de dos parámetros, aunque existen otros, que incluyen un mayor número de éstos, mejorando su utilidad en la predicción (Long y McCarter, 1984).

A través de estos diagramas y modelos, el silvicultor puede predecir rendimientos futuros para varias condiciones de manejo (densidades) y, de hecho, determinar las intensidades de las cortas para alcanzar los objetivos de manejo (Newton, 1987).

Básicamente estos *DMD*, se componen de dos relaciones lineales básicas, denominadas: 1) *límite de referencia superior o densidad máxima promedio*, y 2) *límite de referencia inferior o de inicio de competencia*.

La línea de referencia inferior está indicando un límite en la relación *tamaño-densidad* del rodal, por encima del cual los individuos del mismo empiezan a competir, por lo que también es llamado *límite de inicio de la competencia*. Por otro lado, el límite de referencia superior representaría la densidad máxima promedio que puede alcanzar el rodal, en el cual el crecimiento del mismo sólo puede ocurrir a expensas de la muerte de una proporción de sus individuos.

Las *Guías de Población (GP)* son diagramas que incorporan, además de variables como el *Diámetro promedio cuadrático (DP)* y el *Número de árboles/ha*, una tercera variable de densidad, el *área basal (AB)*. Estas *GP* han sido adoptadas por el Servicio Forestal de los Estados Unidos debido a su simplicidad y facilidad de uso (Ernst y Knapp, 1985).

En un artículo anterior (Chauchard *et al*, 1999) se han mostrado y discutido los resultados en la determinación del límite de referencia superior para el bosque mixto de *Nothofagus*. En el presente artículo se abordará el establecimiento del límite de referencia inferior y un índice de competencia asociado al mismo, denominado *Factor de Competencia de la Copa (FCC)* (Krajicek *et al.*, 1961, Curtis, 1970). Con ambos límites se desarrolló el *Diagrama o Guía de Población* de Ginrich (Ginrich, 1967), para el bosque mixto de *Nothofagus*.

El *FCC* asume que el área ocupada por un árbol de crecimiento libre es proporcional al área proyectada de la copa y que la relación del diámetro de la copa (Dc) y el diámetro a la altura del pecho (Dap) de cada árbol es de la forma lineal

(Curtis, 1970). Este índice de densidad permite cuantificar el estado competitivo de un rodal y se desarrolló con la finalidad de ser empleado en futuros modelos de crecimientos.

AREA DE ESTUDIO

El área de estudio se ubica en la Cuenca del Lago Lácar, en jurisdicción de la Reserva Nacional Lanín, Provincia del Neuquén, Argentina. El lago Lácar está contenido en una cuenca que corre en sentido este-oeste, a lo largo de aproximadamente 50 km. Se ubica geográficamente en los 40°08' Latitud media Sur y entre los 72°21' y 72°44' de Longitud Oeste.

Los bosques estudiados son de los tipos forestales puros y mixtos de *Nothofagus*, con un rango de altitud que va desde los 600 m s n m hasta los 1.000 m s n m.

MATERIALES Y METODOS

Las especies estudiadas conforman distintos tipos forestales y son las siguientes: *Nothofagus nervosa* (Phil.) Dim.et Mil - raulí, *N.obliqua* (Mirb.) Oersted - roble pellín, *N.dombeyi* (Mirb.) Oersted - coihue.

Límite de Referencia Superior. Uno de los elementos utilizados, como se expuso, ha sido la relación tamaño-densidad que establece el límite de referencia superior. Esta relación se basa en la empleada por Reineke (1933) para expresar la máxima densidad en rodales regulares; la misma emplea como variable tamaño el *diámetro promedio del rodal*, y como variable densidad el *número de árboles por hectárea*. La expresión para el bosque mixto de *Nothofagus* es la siguiente (Chauchard *et al*, 1999):

$$N = 330942,53 \quad Dp^{-1,693} \quad (1)$$

$$\text{ó} \\ \text{Log } N = 12,7097 - 1,693 \ln Dp \quad (2)$$

Donde:

N : número de árboles/ha

Dp : diámetro promedio cuadrático del rodal.

Ln : logaritmo neperiano.

Límite de Referencia Inferior. Para establecer este límite se estudió la relación entre el área de ocupación de árboles de crecimiento libre y su respectivo *diámetro a la altura del pecho (Dap)*. A partir de esta relación se estimó la cantidad máxima de árboles libres de competencia que podría soportar una hectárea de un rodal; esta cantidad o densidad es un límite, que representa el momento a partir del cual los crecimientos naturales de los árboles sufren las primeras interacciones competitivas.

La metodología empleada para la selección de árboles libres fue la propuesta por Krajicek, Brinkman y Ginrich (1961). Se basa en seleccionar árboles que presenten las siguientes características:

- Copas libres de competencia en todos sus lados.
- Ramas extendidas desde la base en árboles pequeños y desde un metro a partir de la base en árboles grandes.
- Ramas inferiores más largas o, al menos, tan largas como las que le siguen hacia arriba.
- Fuste libre de bifurcaciones hasta los cinco metros de altura.
- Árboles sin evidencia de poda, cortes de corteza, daños de tormenta y ataques de plagas.
- Árboles no originados de rebrote de cepas.

A cada árbol que cumpliera estas condiciones se les midieron: el diámetro a la altura del pecho, la altura total y seis proyecciones de la copa, una en cada dirección cardinal y las restantes en la dirección de la pendiente predominante.

Con estas variables se ajustaron por técnicas de regresión funciones lineales simples para las variables *Dc* y *Dap*. Una vez seleccionada la función *Dc/Dap*, se derivó la expresión del *Area Máxima de la Copa (Ac)*. Esta representa la relación entre área máxima promedio que puede ocupar un árbol de un determinado *Dap*, considerando una proyección circular, con respecto a la unidad de superficie (hectárea).

También sería posible ajustar una función directamente entre las variables *Ac* y *Dap* e intentar derivar la expresión correspondiente del *Dc*. Lo importante es que ambas funciones sean compatibles.

Se ha ensayado un conjunto de ecuaciones lineales simples, de las cuales se expondrán los resultados de las cuatro mejores a los fines de simplificar el artículo.

Las mejores funciones ajustadas para la relación *Dc/Dap* fueron las siguientes:

Modelos del Diámetro Promedio de la Copa:

$$\text{Modelo Rectilíneo } Dc = a + b Dap \quad (3)$$

$$\text{Modelo Potencial } Dc = a Dap^b \quad (4)$$

$$\text{Modelo Raíz-Dap } Dc = a + b \div Dap \quad (5)$$

$$\text{Modelo Recíproco } Dc = 1/(a + b/Dap) \quad (6)$$

Donde:

Dc : diámetro promedio de las proyecciones de la copa.

Dap : diámetro a la altura del pecho.

$\sqrt{\quad}$: símbolo de raíz cuadrada.

a, b : coeficientes de ajuste de las ecuaciones.

Con la función del *Dc* seleccionada se obtuvo matemáticamente la expresión del *Area Máxima de la Copa*; la derivación de la expresión se ejemplifica en los pasos siguientes:

Si la proyección de la copa se supone circular, se tendrá que:

$$Ac = \frac{Pi}{4} Dc^2 \frac{100}{10000} = 0,00785 Dc^2 \quad (7)$$

Si se reemplaza, por ejemplo, la ecuación (3) en (7), el *Ac* queda:

$$Ac = 0,00785 (a + b Dap)^2 = 0,00785 (a^2 + 2 ab Dap + b^2 Dap^2) \quad (8)$$

Donde:

Ac: Area Máxima de la Copa.

Dc: Diámetro Promedio de la Copa.

a, b: coeficientes de ajuste lineales (de la función *Dc/Dap*).

Y haciendo lo propio con (4) en (7), el *Area Máxima de la Copa* queda:

$$Ac = 0,00785 (a Dap)^2 \quad (9)$$

De esta manera se pudo obtener un segundo grupo de ecuaciones sobre el área de ocupación máxima de las copas de árboles libres, derivadas de las funciones (3) a (6). Estas tienen las siguientes expresiones finales:

Modelos Derivados de los de Diámetro Promedio de la Copa:

Modelo derivado (3)
 $Ac = c + d Dap + e Dap^2$ (10)

Modelo derivado (4)
 $Ac = c Dap^d$ (11)

Modelo derivado (5)
 $Ac = c + d + Dap + e Dap$ (12)

Modelo derivado (6)
 $Ac = 0,00785/(c + d/Dap + e/Dap^2)$ (13)

Donde: *c, d, e*, son los coeficientes derivados de las funciones lineales de *Dc/Dap*.

Estos últimos no tienen evaluadores estadísticos directos, por lo que se decidió evaluarlos gráficamente.

Finalmente el número de árboles en la hectárea que se encuentran en una situación límite, superada la cual se iniciará el proceso de competencia, se determinó como:

$$N=100/Ac$$
 (14)

Estableciendo el número de árboles en inicio de competencia para cada clase diamétrica en la que se divide el rango diamétrico en estudio, se puede obtener la línea o límite del inicio de la competencia. Es decir, que la expresión (14) nos permite determinar para cada clase diamétrica el número máximo de árboles que tienen acomodadas sus copas de manera de, sin entrar en competencia, no dejar espacios libres.

Los modelos ajustados por regresión fueron evaluados por el coeficiente de determinación (R^2), el error estándar de la estimación (EEE), la prueba de F (Snedecor) y por la bondad gráfica del ajuste.

Aplicación 1: Factor de competencia de la copa. El FCC definido como la suma de las *Ac* por clases diamétricas, dividida por la superficie del rodal en hectáreas, es una expresión de la densidad del rodal. La forma matemática es la siguiente:

$$FCC = (\sum Aci Ni)/S$$
 (15)

Donde:

FCC: Factor de Competencia de la Copa.

Aci: Área Máxima de la Copa para un diámetro particular.

Ni: Número de árboles/ha para un diámetro particular.

S: Superficie en hectáreas.

Aplicación 2: Guía de población para Nothofagus. Establecidos los límites de referencia superior e inferior en las variables diámetro promedio del rodal y número de árboles/ha, se incorpora una nueva variable de densidad relacionada directamente con ambas, como es el área basal (*AB*), creándose con ello un diagrama de tres variables, cuyos límites contendrán las posibles zonas de manejo de los rodales de *Nothofagus*.

DISCUSION DE LOS RESULTADOS

Para establecer las relaciones del *Dap* con el *Dc* y con el *Ac* se midieron 52 árboles libres. Los análisis se realizaron formando un solo grupo con las tres especies, debido al buen agrupamiento de la nube de puntos y a la utilidad de tener "expresiones generales" para las finalidades de planificación pretendidas para el bosque mixto.

Los coeficientes de correlación entre las variables *Dc/Dap* rondaron en valores superiores al 80%, demostrando los buenos resultados obtenidos para explicar la relación entre las mismas.

Si bien el objetivo final es encontrar la mejor ecuación que exprese cuál es la máxima ocupación de la copa de árboles libres de diferentes tamaños, no se pierde de vista que además se intentará que la ecuación base y compatible que le dio origen, exprese apropiadamente el comportamiento entre el *Dc* y el *Dap* para árboles libres.

Los modelos seleccionados han dado ajustes estadísticos satisfactorios (cuadro 1), sin embargo, no todos éstos poseen una buena bondad gráfica; efectivamente, cuando se analiza la figura 1 es posible corroborar este hecho. En dicha figura se aprecia que el modelo rectilíneo no se comporta adecuadamente, aunque sus estadísticos (aún siendo los peores del grupo) son aceptables. De manera que se desechó, arrastrando con ello al modelo polinómico (7) del *Ac* que, sin embargo, expresó adecuadamente el comportamiento de esta última variable (fig.2).

El modelo potencial muestra un buen comportamiento en ambas relaciones (ec. 4 y 11), pero junto a los modelos (3) y (10) son los que mayores valores de *Dc* y *Ac* estiman para árboles de grandes dimensiones (*Dap* mayores de 75 cm) (fig. 1 y 2). Como contrapartida, está el modelo recíproco, que también tiene buenos evaluadores, pero entrega los menores valores para la copa en árboles de grandes dimensiones. Comportamientos intermedios y por

CUADRO 1

Coefficientes y estadísticos resultantes del ajuste por regresión de los modelos lineales simples entre el Dap [cm] y el Dc [m].

Coefficients and statistics as a result of the regression adjustment of the simple linear models between DBH [cm] and Crown Diameter [m]

Modelo	Coeficientes		R ²	E.E E.	Prueba F
	a	b			
(3)	2,711200	0,128822	84	1,360	268**
(4)	0,693108	0,668693	89	0,170	408**
(5)	-1,768430	1,603740	88	1,210	353**
(6)	0,0514825	2,742410	87	1,137	322**

** : significancia al 99% de probabilidad

CUADRO 2

Coefficientes derivados de los ajustes de los modelos del diámetro promedio de la copa de árboles libres. Estos ajustes derivados no poseen estadísticos.

Coefficients derived from the adjustments of the mean diameter models of free growing tree crowns These derived adjustments do not have statistics

Modelo	Coeficientes		
	c	d	e
Derivado (3)	7,35060500	0,6985244	0,0165951
Derivado (4)	0,37730550	1,3373860	-
Derivado (5)	2,45622000	-4,4549490	2,019010
Derivado (6)	0,00265045	0,2823722	7,5207130

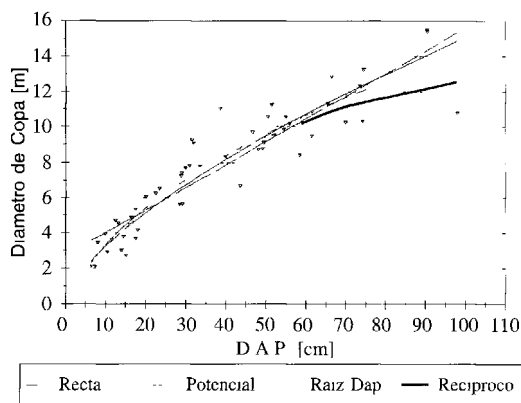


Figura 1. Curvas de los cuatro modelos principales que expresan la relación entre el Dc y el Dap de árboles libres.

Curves of the four main models that express the relationships between crown diameter and DBH of free growing trees

ende mejor compensados, son los que entregan los modelos que emplean la raíz cuadrada del Dap (ec. 5 y 12). Todos los modelos, excepto el rectilíneo, se comportan en forma adecuada y similar para los árboles pequeños (figs. 1 y 2).

Si bien la diferencia fundamental entre los tres mejores modelos (4, 5 y 6 y sus derivados) radica en el mejor comportamiento para expresar las relaciones de árboles de Dap superiores a 75 cm, también es cierto que en rodales bajo manejo forestal tales diámetros no serán alcanzados. Por otro lado, el modelo potencial (4) presenta ciertas ventajas desde el punto de vista matemático y computacional. Por estas razones nos hemos inclinado por seleccionar el modelo potencial (4) y su derivado (11) para expresar las relaciones dimensionales de árboles libres y con ellas establecer el límite de referencia inferior y desarrollar el FCC.

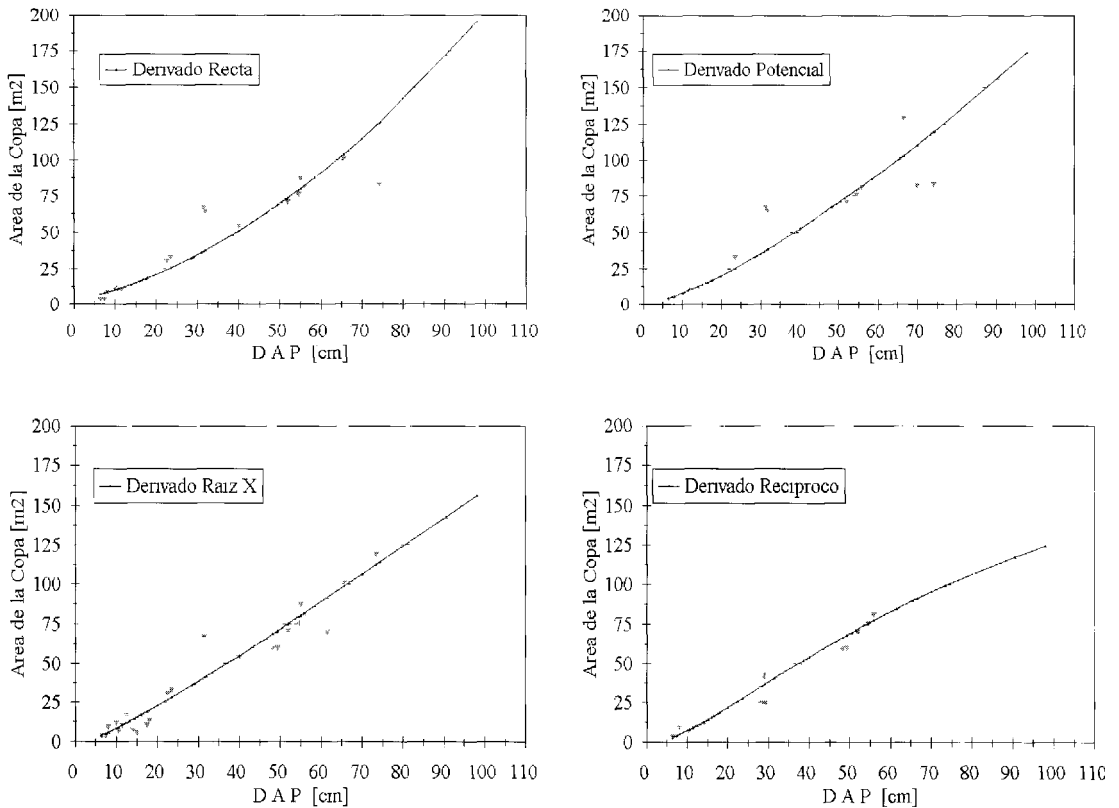


Figura 2, Curvas derivadas de los cuatro modelos principales ajustados que expresan la relación entre el Ac y el Dap de árboles libres.

Curves of the four main models that express the relationships between crown diameter and DBH of free growing trees

Ya elegidos los modelos dimensionales de la copa de árboles libres se desarrolló el FCC para el bosque mixto de *Nothofagus*, que quedó de la siguiente manera:

$$FCC = [0,003773 (\sum Dpi^{1,337386} Ni)]/S \quad (16)$$

Como una segunda aplicación se elaboró el diagrama de población de Ginrich. Para ello con el modelo (11) de *Ac*, aplicado a la expresión (14), se procedió a determinar el número de árboles libres de competencia para distintos diámetros promedios del rodal y así establecer la línea de referencia inferior del diagrama de manejo de la densidad.

En el cuadro 3 se pueden observar las densidades, máximas y mínimas, en número de árboles y área basal para cada clase diamétrica. Con esta información se gráfico la *Gp* para rodales de *Nothofagus* (fig. 3). En la figura 4 se aprecia que la relación entre las densidades mínimas y máximas es

levemente ascendente, marcando un pequeño distanciamiento entre las mismas con el aumento de la edad (fig. 3).

CONCLUSIONES

El desarrollo de la base o estructura del diagrama de manejo de la densidad de rodales mixtos de *Nothofagus* permitirá la planificación de distintos regímenes o alternativas de manejo. La *GP* facilitará establecer la oportunidad de las cortas intermedias y finales para el manejo de rodales regulares.

Los parámetros del manejo del rodal que se obtienen directamente del diagrama son: número de árboles, diámetro promedio y área basal, y a través de funciones de salida adicionales como, por ejemplo, funciones de volumen individual o de rodal, es posible obtener el volumen o producción de cada alternativa.

CUADRO 3

Densidades para ambos límites de referencia por clases diamétricas, expresadas en número de árboles por ha (Ni y Ns) y área basal por ha (Abi y Abs).

Table 3. Densities for the two reference limits and the diameter classes, shown in number of trees per hectare (Ni and Ns) and basal area per hectare (Abi and Abs).

Dp	Límite superior		Límite inferior		%Densidad
	Ns	Abs	Ni	Abi	
35	805	77,4	228	21,9	28
45	526	83,6	163	25,9	31
55	304	88,9	125	29,6	33
65	282	93,6	100	33,1	35
75	221	97,8	82	36,4	37

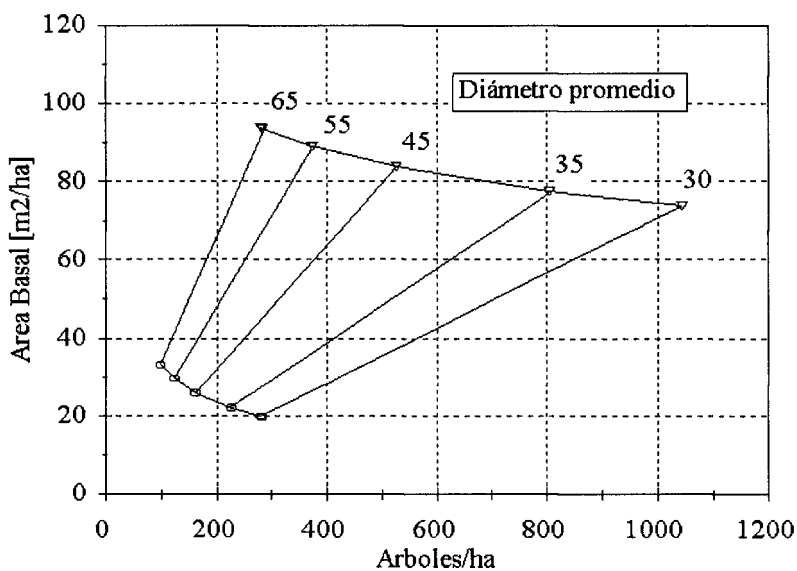


Figura 3. Guía de población para rodales de *Nothofagus*.
Stocking guide for *Nothofagus* stands.

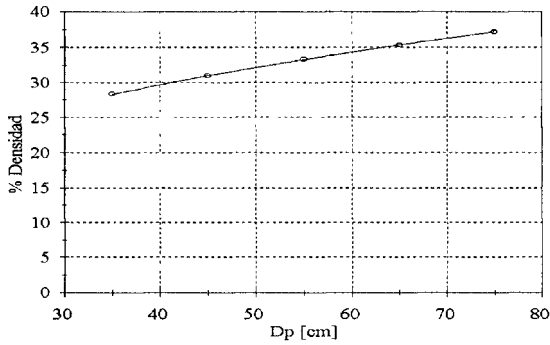


Figura 4. Curva que expresa cómo evoluciona la relación entre las densidades máximas y mínimas del diagrama de manejo con el diámetro promedio cuadrático (Dp). This curve displays the evolution of the relationships between maximum and minimum densities of the management diagram according to the mean squared diameter (Dp).

La GP es la primera herramienta, desarrollada con bases reales de información, que nos permite la simulación del manejo de rodales mixtos de *Nothofagus*.

Por otro lado el FCC, satisfactoriamente ajustado para el bosque mixto de *Nothofagus*, constituye un potente índice de densidad que facilitará cuanti-

ficar y caracterizar el estado competitivo a nivel de rodal y podrá emplearse como una variable predictora en el modelamiento del crecimiento.

BIBLIOGRAFIA

- CHAUCHARD, L., R. SBRANCIA, G. PEÑALBA, C. MARESCA, L. RABINO. 1999. "Aplicación de leyes fundamentales de la densidad a bosques de *Nothofagus*: 1. Regla de los $-3/2$ o ley del autorralco", *Bosque* 20(2): 79-94.
- CURTIS, R.O. 1970. "Stand Density Measures: An Interpretation", *Forest Science* 16 (4): 403-414.
- ERNST, R.L., W.H. KNAPP. 1985. *Forest Stand Density and Stocking: Concepts, Terms, and The Use of Stocking Guides*. Forest Service, General Technical Report WO-44. 8 pp.
- GINRICH, S.F. 1967. "Measuring and Evaluating Stocking and Stand Density in Upland Hardwood Forests in the Central States", *Forest Science* 13 (1): 38 - 54.
- KRAJICEK, J., K. BRINKMAN, S. GINRICH. 1961. "Crown competition - A Measure of Density", *For. Sci.* 7(1):35-42.
- LONG, J.N., J.B. Mc CARTER. 1984. *Density Management Diagrams: A Practical Approach*. Growth and Yield and Other Mensuration Tricks: A Regional Technical Conference, Logan, UT: 25-71.
- NEWTON, P.F. 1987. *Development of a Stand Density Management Model for Pure Black Spruce Forests Types Within Central Newfoundland. I. Applicability of the Self-thinning Rule*. Forest Service. Forest Growth Modeling and Prediction, General Technical Report. NC-120, 1: 604-610.
- REINEKE, L.H. 1933. "Perfecting a stand-density index for even-aged forests". *J. Agric. Res.* 46: 627-638.